සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

013135

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10	
S	I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) α හා β යනු $x^2 - px + q = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ. $\alpha(\alpha+\beta)$ හා $\beta(\alpha+\beta)$ මූල වන සමීකරණය සොයන්න.

(ආ) $f(x, y) = 2x^2 + \lambda xy + 3y^2 - 5y - 2$ ප්‍රකාශනය රේඛීය සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි වීම සඳහා λ හි අගයයන් සොයන්න.

(ඇ) $\dfrac{2x^3 - x + 3}{x(x-1)^2}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

2. (අ) n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා

$u_n = 1.n + 2.(n-1) + \ldots + (n-1).2 + n.1$ යයි ගනිමු.

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් $u_n = \dfrac{1}{6} n(n+1)(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $\dfrac{1}{u_n} = v_n - v_{n+1}$ වන අයුරින් v_n සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{u_r} = \frac{3}{2} - \frac{3}{(n+1)(n+2)}$$ බව පෙන්වන්න.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(ආ) $(1+kx)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{10}x^{10}$, $x \in \mathbb{R}$, යයි ගනිමු ; මෙහි $a_2 = \dfrac{20}{9}$ හා k යනු ධන නියතයකි.

k හි අගය සොයන්න.

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = \dfrac{11^{10} - 7^{10}}{2.9^{10}}$ බව පෙන්වන්න.

$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. (අ) $\dfrac{(-1+i)^3}{(1+i)^4}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය සහ විස්තාරය වීජීය ලෙස සොයන්න.

(ආ) P_1 හා P_2 ලක්ෂ්‍යයන් ආගන්ඩ් සටහනේ පිළිවෙළින් z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. ආගන්ඩ් සටහනේ $z_1 + z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම ලබාගැනීමට ජ්‍යාමිතික නිර්මාණයක් සපයන්න.

$z_1 = \dfrac{1+i}{1-i}$ හා $z_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහනේ ලකුණු කරන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $z_1 + z_2$ හි පිහිටීම සොයන්න.

$\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

4. (අ) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos^2(2\sin x)}{1-\cos 2x}$ අගයන්න.

(ආ) $y = e^{k\sin^{-1}x}$ නම් $\dfrac{dy}{dx}\sqrt{1-x^2} = ky$ බව පෙන්වන්න ; මෙහි k යනු නියතයකි.

$x = \dfrac{1}{2}$ විට $\dfrac{dy}{dx}$ සොයන්න.

(ඇ) A, B හා C නගර තුනක්, $A\hat{B}C = \dfrac{\pi}{2}$, $AB = 15$ km හා $BC = 50$ km වන අයුරින්, AB හා BC සෘජු මාර්ග දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. A නගරය, BC මාර්ගයේ D නම් ස්ථානයකට සම්බන්ධ කරමින්, තවත් සෘජු මාර්ගයක් තැනීමට යෝජිත ව්‍යාපෘතියක් ඇත. මෝටර් රථයක් සඳහා DC කොටස මත 50 km h^{-1} ක හා AD යෝජිත මාර්ගය මත 40 km h^{-1} ක උපරිම වේගයන්ට අවසර ඇත.

A නගරයේ සිට x km දුරින් D පිහිටා ඇත්නම්, අවසර ඇති උපරිම වේගයන්ගෙන් මෝටර් රථය ගමන් කරනු ලබන්නේ යයි උපකල්පනය කරමින්, D හරහා A සිට C තෙක් මෝටර් රථයක් ගමන් කිරීමට ගන්නා ලද සම්පූර්ණ කාලය $T(x)$, පැය වලින් සොයන්න.

0 සිට 50 km තෙක් x වැඩිවන විට $\dfrac{dT}{dx}$ හි ලකුණ පරීක්ෂා කරන්න.

A සිට C තෙක් කෙටිම කාලයකින් ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට මෝටර් රථයකට හැකිවන අයුරින් D සඳහා වඩා සුදුසු ම ස්ථානය සොයන්න.

5. (අ) සුදුසු ආදේශයක් උපයෝගී කර ගනිමින්

$$\int_1^8 \frac{1}{\left(x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\right)}\, dx \text{ අගයන්න.}$$

(ආ) $I = \displaystyle\int_0^{\pi} e^{-2x}\cos x\, dx$ හා $J = \displaystyle\int_0^{\pi} e^{-2x}\sin x\, dx$ යයි ගනිමු.

කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය උපයෝගී කර ගනිමින් $I = 2J$ හා $J = 1 + e^{-2\pi} - 2I$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් I හා J හි අගයයන් ලබාගන්න.

(ඇ) $\displaystyle\int \frac{x^2 - 5x}{(x-1)(x+1)^2}\, dx$ සොයන්න.

6. x හා y අක්ෂ මත පිළිවෙළින් a හා b අන්තඃඛණ්ඩ සාදනු ලබන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

$\frac{x}{h} + \frac{y}{k} = 1$ මගින් දෙනු ලබන l, අචල සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. l රේඛාවට ලම්බ l' නම් සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් P හා Q ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. AQ හා BP සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය, (h, k) ලක්ෂ්‍යය රහිත $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

7. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ නම් එවිට $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$ බව පෙන්වන්න.

x-අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S වෘත්තයක් $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ මගින් දෙනු ලබන S' වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලබන අතර $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 9 = 0$ මගින් දෙනු ලබන S'' වෘත්තය ස්පර්ශ කරනු ලැබේ.

එකක් S'' වෘත්තය බාහිර ව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද අනෙක S'' වෘත්තය අභ්‍යන්තර ව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද වූ එවැනි වෘත්ත දෙකක් S ට ඇති බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

8. (අ) $n \in \mathbb{Z}, \theta \neq n\pi$ හෝ $2n\pi - \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\frac{1 + \cos\theta + \sin\theta}{1 - \cos\theta + \sin\theta} = \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) සියලු තාත්ත්වික x සඳහා

$8(\cos^6 x + \sin^6 x) = 5 + 3\cos 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ සඳහා $y = \cos^6 x + \sin^6 x$ හි ප්‍රස්තාරය දළ සටහන් කරන්න.

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ තුළ $\cos^6 x + \sin^6 x = k$ සමීකරණයට

(i) විසඳුම් නොමැති වීම

(ii) විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීම

(iii) විසඳුම් තුනක් පමණක් තිබීම

(iv) විසඳුම් හතරක් පමණක් තිබීම

සඳහා k හි අගය හෝ අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

9. (අ) $0 \leq x \leq 2\pi$ සඳහා $4\sin^2 x + 12\sin x\cos x - \cos^2 x + 5 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නියමය** හා **කෝසයින් නියමය** ප්‍රකාශ කරන්න.

$\frac{b + c}{2k - 1} = \frac{c + a}{2k} = \frac{a + b}{2k + 1}$ බව දී ඇත; මෙහි k යනු 2 ට වඩා වැඩි එහෙත් 4 ට සමාන නොවන දෙන ලද නියතයක් ද, a, b, c යනු ABC ත්‍රිකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පාද ද, වේ.

$\frac{\sin A}{k + 1} = \frac{\sin B}{k} = \frac{\sin C}{k - 1}$ බව පෙන්වන්න.

k ඇසුරෙන් $\cos A$ ද ලබාගෙන $\frac{\cos A}{(k - 4)(k + 1)} = \frac{\cos B}{k^2 + 2} = \frac{\cos C}{(k + 4)(k - 1)}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි A, B, C ට සුපුරුදු තේරුම් ඇත.